

1. COVARIANZA DE DOS VARIABLES ALEATORIAS

DEFINICIÓN: Si Y_1 y Y_2 son variables aleatorias con medias μ_1 y μ_2 , respectivamente, la covarianza de Y_1 y Y_2 está dada por

$$\text{Cov}(Y_1, Y_2) = E[(Y_1 - \mu_1)(Y_2 - \mu_2)].$$

TEOREMA: Si Y_1 y Y_2 son variables aleatorias con medias μ_1 y μ_2 , respectivamente, entonces

$$\text{Cov}(Y_1, Y_2) = E(Y_1 Y_2) - E(Y_1)E(Y_2).$$

TEOREMA: Si Y_1 y Y_2 son variables aleatorias independientes, entonces

$$\text{Cov}(Y_1, Y_2) = 0.$$

EJEMPLO. Nuevamente sea

$$f(y_1, y_2) = \begin{cases} 6(1 - y_2) & , \quad 0 \leq y_1 \leq y_2 \leq 1 \\ 0 & , \quad \text{en cualquier otro punto} \end{cases}$$

Calcule la $\text{Cov}(Y_1, Y_2)$.

SOLUCIÓN.

Utilizando lo calculado en el ejercicio anterior tenemos que

$$\text{Cov}(Y_1, Y_2) = E[Y_1 Y_2] - E[Y_1]E[Y_2] = \frac{3}{20} - \frac{1}{4} \frac{1}{2} = \frac{3}{20} - \frac{1}{8} = \frac{1}{40}.$$